

Modèles de dynamiques spatio-temporelles et couplages mécanico-statistiques pour l'analyse de données épidémiologiques spatio-temporelles.

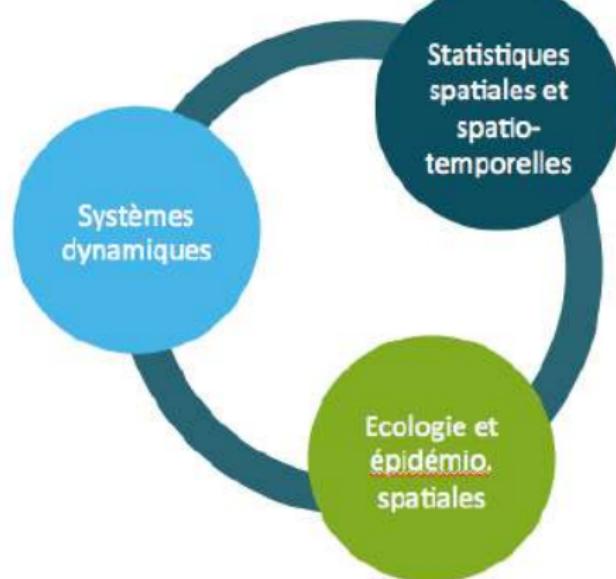
BioSP





Introduction

Conduire des recherches en statistiques, systèmes dynamiques, écologie-épidémiologie-environnement et aux interfaces entre ces différentes disciplines, avec un intérêt particulier pour les questions spatiales et spatio-temporelles



Positionnement scientifique historique

- Différentes disciplines réunies sur des questions « Spatiales »
 - Recherche finalisée, avec un souci d'aller-retour entre théorie/méthodes et questions thématiques
 - Implication réelle dans un nombre limité de thèmes d'applications
-
- Géostatistiques et géométrie stochastique
 - EDP, éq. intégrale-différentielles et étude des propagations de fronts
 - Phénomènes de dispersion et de répartition d'espèces en biologie des populations

Several new challenges

- Species interactions
- Dispersal mechanisms
- Attractive spots, behaviour
- Density dependencies
- Env. boundaries...

- Heterogeneous data
- Multiple sources
- Observation errors
- Multiple temporal and spatial scales...

Modeling the effects of the heterogeneities

Dealing with realistic data

Spatio-temporal models of range expansion and population density

Main idea of the mechanico-statistical approach

Mechanistic model $u_\theta = \mathcal{M}(\theta)$ parametrized by θ (dispersal ability, regression coefficients, growth rates, initial condition, ...)

Typically : $\frac{du}{dt} = \Delta(D(x, \theta)u) - r(x, \theta)(1 - \frac{u}{\kappa(x, \theta)})$

Observation model : \mathcal{O} are observations of a process $J(u_\theta)$

- ▶ Build a statistical model of the observation process : $\mathcal{O} \sim S(J(u_\theta))$.
- ▶ Compute a likelihood $\mathcal{L}(\tilde{\theta}) = P(\mathcal{O}|u_{\tilde{\theta}}) = P(\mathcal{O}|\tilde{\theta})$.
- ▶ Choose an estimation method (ML, Bayesian MCMC ...)

Typically : Presence/absence, damage rates, ...

Remark : mechanistic-statistical models \subset state-space models.



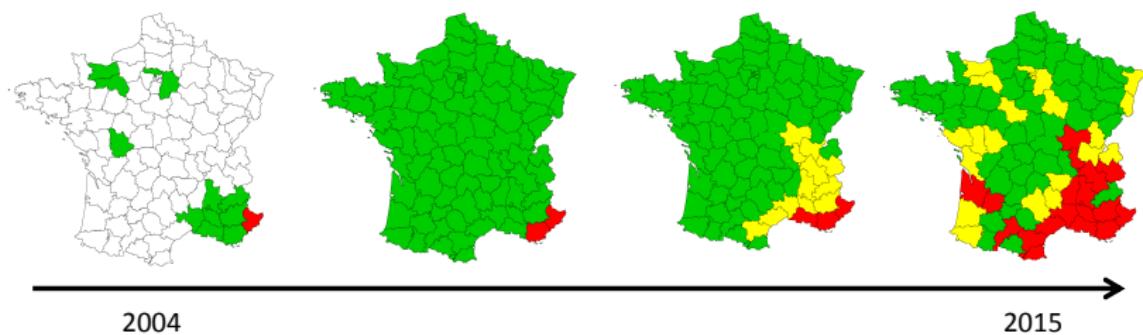
Exemple 1 : heterogeneities in dispersal modes

Invasion of the tiger mosquito in south-eastern France
L. Roques, O. Bonnefon (2016) PlosOne

Invasion of the tiger mosquito



Rapid spread in southern France facilitated by car and truck transportation : how to consider both local diffusion and rapid spread along the main roads?



A 2D/1D reaction-diffusion model

$$d \nabla v_i \cdot \mathbf{n} = \mu_i^k u_i^k(t, x, y) - \nu_i^k v_i(t, x, y)$$
$$\partial_t v_i = d \Delta v_i + f_i(v_i)$$
$$\begin{aligned}\partial_t \tilde{u}_i^k = & D \partial_{zz} \tilde{u}_i^k + \nu_i^k v_i(t, x(z), y(z)) - \mu_i^k \tilde{u}_i^k(t, z) \\ & - \alpha_i^k \tilde{u}_i^k(t, z) + \alpha_{i'}^{k'} \tilde{u}_{i'}^{k'}(t, z) + g_i^k(\tilde{u}_i^k), \quad t > 0, z \in (0, L(\lambda_i^k))\end{aligned}$$

Data and observation process

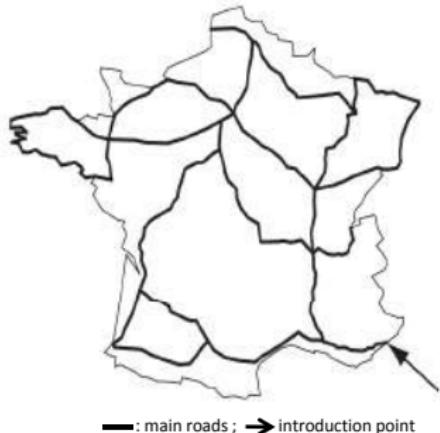
From 2004 to 2015 and each department ω :

0 = no mosquito had been detected

1 = a few mosquitoes had been detected

2 = established populations of mosquitoes had been detected

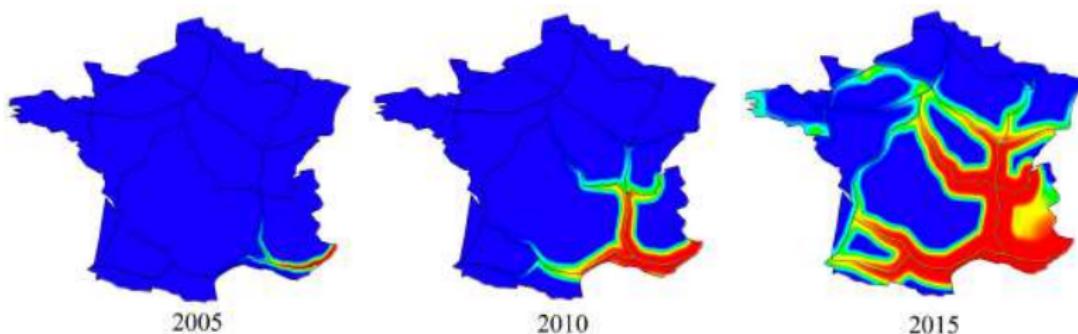
$$\begin{cases} \mathcal{O}_j^t \sim \mathcal{B}(2, p(V_j^t)) \\ p(V_j^t) = \min(V_j^t, 1) \\ V_j^t = \frac{1}{|\omega_j|} \int_{\omega_j} v(t, x) dx \end{cases}$$



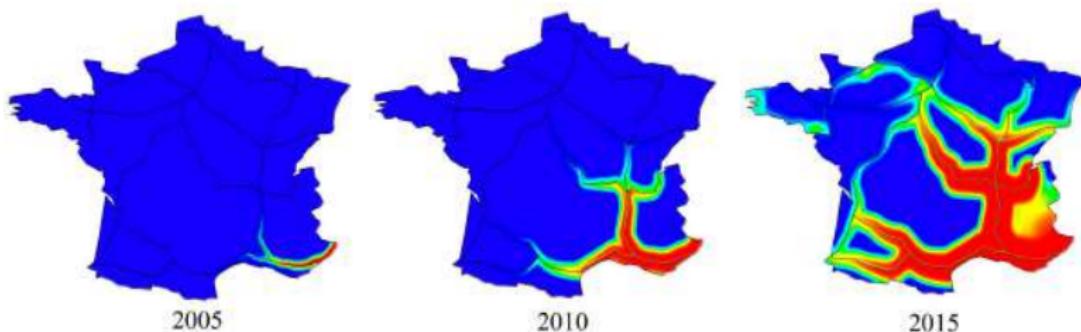
$$\Theta = \{r, d, D, \mu, \nu, u_s\}$$

Estimation through maximum-likelihood using a BFGS quasi-Newton method.

Results



Results



Classical 2D homogeneous reaction-diffusion model:

$$\begin{cases} \partial_t v = d \Delta v + r v(1 - v), & x \in \Omega, \\ \nabla v \cdot \mathbf{n} = 0, & x \in \partial\Omega \setminus \Gamma_s, \\ \begin{cases} v = v_a, & \text{if } t \in [2003, 2004] \\ \nabla v \cdot \mathbf{n} = 0 & \text{if } t > 2004 \end{cases} & x \in \Gamma_s \end{cases}$$



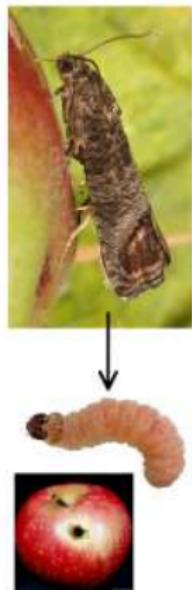


Exemple 2 : dispersion dans une mosaïque paysagère

Estimation de paramètres de diffusion de populations de carpocapses dans un paysage hétérogène, à partir de données génétiques

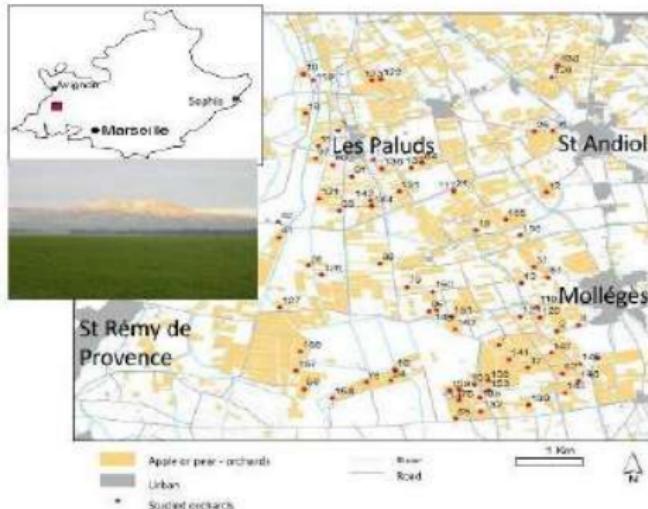
E. Walker, L. Roques, O. Bonnefon, P. Franck, S. Soubeyrand, E. Klein

Cas d'étude - le carpocapse, ravageur des cultures



Carpocapse du pommier : *Cydia Pomonella*

Larves → dégâts sur pommes et poires. Zone d'étude : 100km²



Déplacement dans une mosaïque paysagère

- ▶ Les paramètres de mobilité (i) sont hétérogènes dans l'espace et (ii) déterminent la **densité de population**.
- ▶ Estimer les effets des **occupations du sol** sur la mobilité locale, la dynamique spatio-temporelle fine et *in fine* les flux entre champs.

$$\frac{du}{dt} = \Delta(D_{LAND-USE(x)} u(x)) - \frac{u(x)}{\nu}$$



Modèle mécanico-statistique

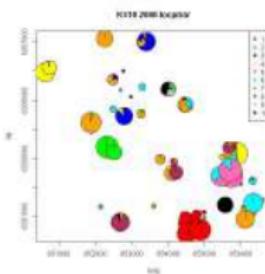
Modèle d'observation pour les données de marqueurs

Données :

- ▶ fréquences alléliques FA_I , connues à $t = 0$ dans P populations sources avec un F_{ST} donné
- ▶ \mathcal{O}_j , génotypes des individus capturés à $t > 0$, à assigner à des populations connues
- ▶ On suppose HW et EL dans les P populations sources

Données 2006

$$F_{ST} = 0.05$$



Vraisemblances d'assignation :

$$\mathbb{P}(\mathcal{O}_j | j \text{ issu de } p) = \prod_{I, locus} FA_{I, O_{j,I,1}} FA_{I, O_{j,I,2}}$$

Modèle mécanico-statistique

Modèle mécaniste pour les fractions dans les pièges

Pour chaque source p :

$$\frac{du_p}{dt} = \Delta(D(x)u_p) - \frac{u_p}{\nu}$$

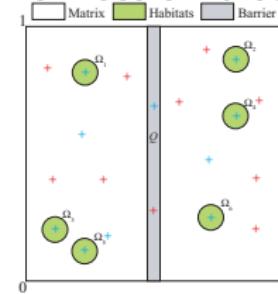
$$u_p(x, 0) = \alpha \mathbb{1}_{x \in \text{Source}_p}$$

$$C_\tau^p = \beta_\tau \int_0^\infty u_p(t, x_\tau) dt$$

Fraction de la source p dans le piège τ

$$\pi_{\tau,p} = \frac{C_\tau^p}{C_\tau} = \frac{\int_0^\infty u_p(t, x_\tau) dt}{\int_0^\infty u(t, x_\tau) dt}$$

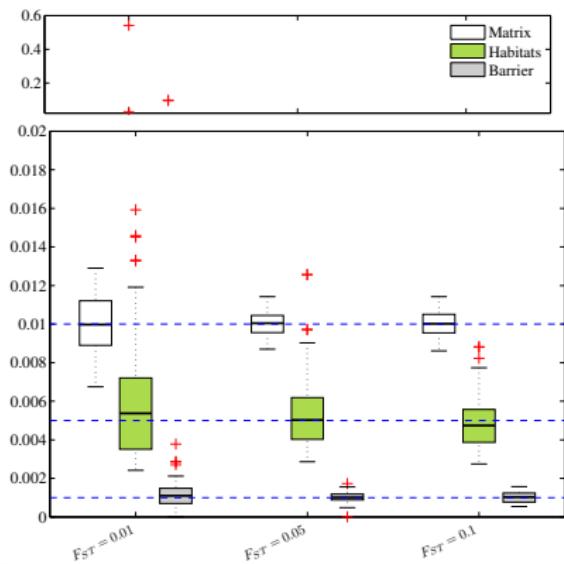
Données simulées



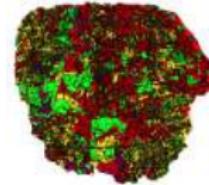
Modèle mécanistico-statistique

Performance des estimateurs des 3 coefficients de diffusion $\{d_1, d_2, d_3\}$

Qualité de l'estimation sur données simulées suivant le niveau de F_{ST} entre les sous-pops :



Application aux données carpopace (en cours) :





Conclusion

Mechanistic-statistical models :

- ▶ bridge the gap between **continuous models/discrete data sets**,
- ▶ can incorporate **various type of information**,
- ▶ allow the estimation of **unobserved processes**,
- ▶ lengthy estimation processes ⇒ require **easy to solve mechanistic models**.

Reaction-diffusion equations as mechanistic models :

- ▶ can easily **incorporate spatial/temporal heterogeneities**,
- ▶ **good identifiability** of the parameters,
- ▶ **fast computation** of the solution,

BUT...

- ▶ local diffusion can be a problem ⇒ use **integro-differential eqs** (lower computational speed),
- ▶ **stochasticity** can be an important mechanism ⇒ Hidden Markov Models, stochastic PDE...

Next steps

"Dynamical systems" challenges

- ▶ 0D/1D/2D models on random landscapes with linear elements
- ▶ demo-genetic models including selection, drift and demography
- ▶ dynamical systems for couples of species or communities

Statistical challenges :

- ▶ proper spatial statistics methods for spatial data
- ▶ more complete models for genetic data
- ▶ ABC methods for complex observations
- ▶ data assimilation for real-time analyses

Numerical challenges :

- ▶ coupling numerical solvers with statistical programs (quasi-newton, JAGS, STAN...)
- ▶ coupling input files with numerical solvers (SIG, databases...)
- ▶ optimizing computation time (e.g. non local dispersal...)



Thank you !!